



Chapitre 4- Transformateurs monophasés

2. Transformateurs monophasés

2.1- Constitution

2.2- Fonctionnement à vide

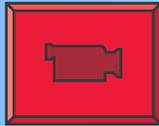
2.3- Fonctionnement en charge

2.4- Schéma équivalent

2.5 - Identification du schéma équivalent

2.6 - Chute de tension secondaire

-
-
-



Chapitre 4- Transformateurs monophasés

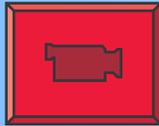
Le transformateur est une machine électrique statique permettant de transférer l'énergie électrique en adaptant les niveaux de tension (de nature sinusoïdale) et de courant entre deux réseaux de même fréquence.

Il est constitué de deux parties électriques isolées, l'enroulement primaire et le secondaire, liées magnétiquement par un circuit magnétique.

Le circuit magnétique cuirassé et les bobinages concentriques

-
-
-

↳ ...25



1- Transformateurs parfaits

Transformateurs monophasés

Il n'y a aucune perte ; le rendement est 100%

m est le rapport de transformation

$m > 1$, Le transformateur est un élévateur de tension

$m < 1$, Le transformateur est un abaisseur de tension

Transformateurs parfaits

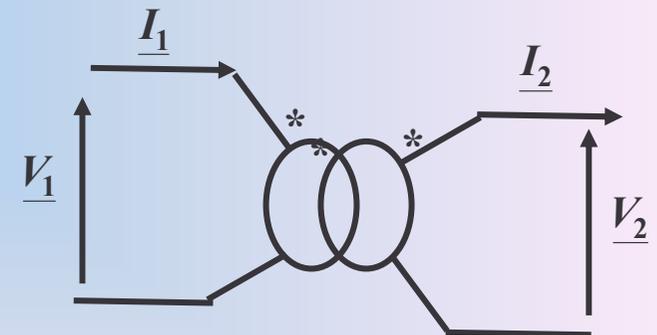
$$P_1 = P_2$$

$$Q_1 = Q_2$$

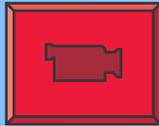
$$S_1 = S_2$$

$$\phi_1 = \phi_2$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{n_2}{n_1} = m$$

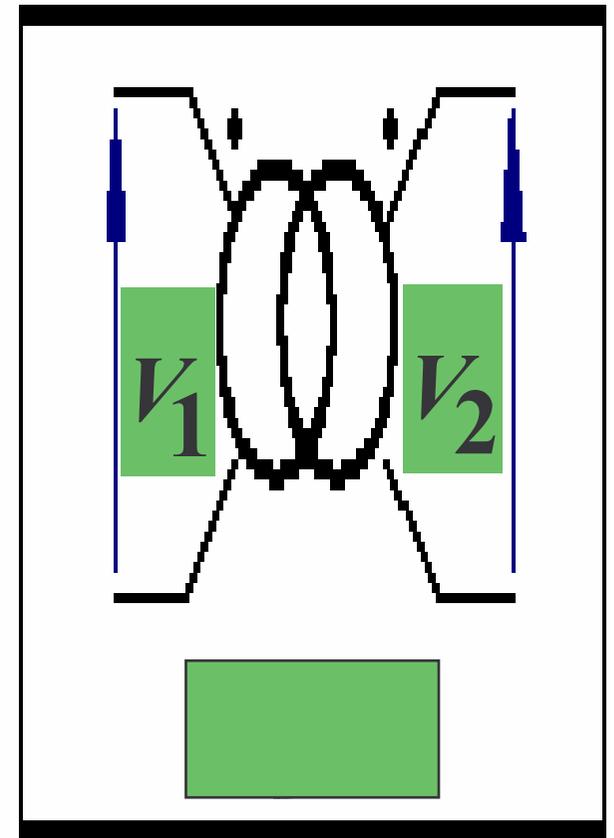
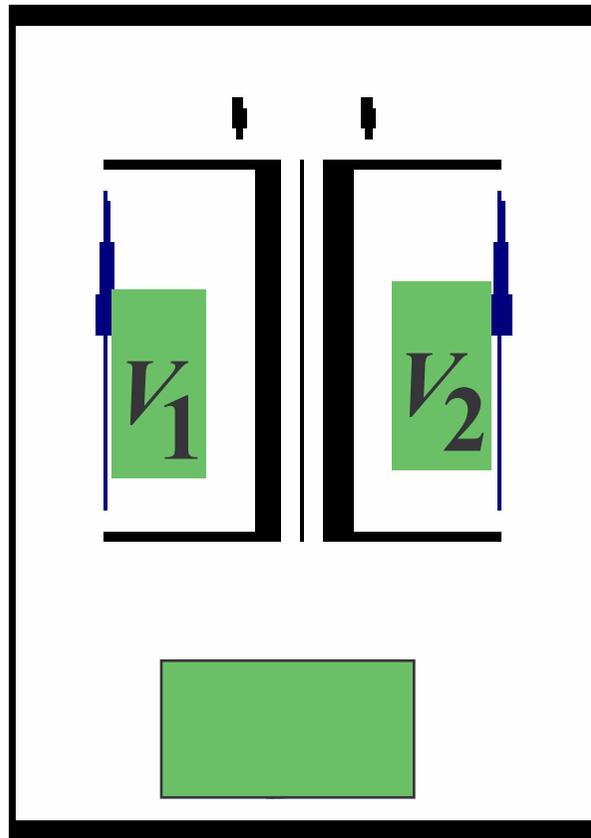
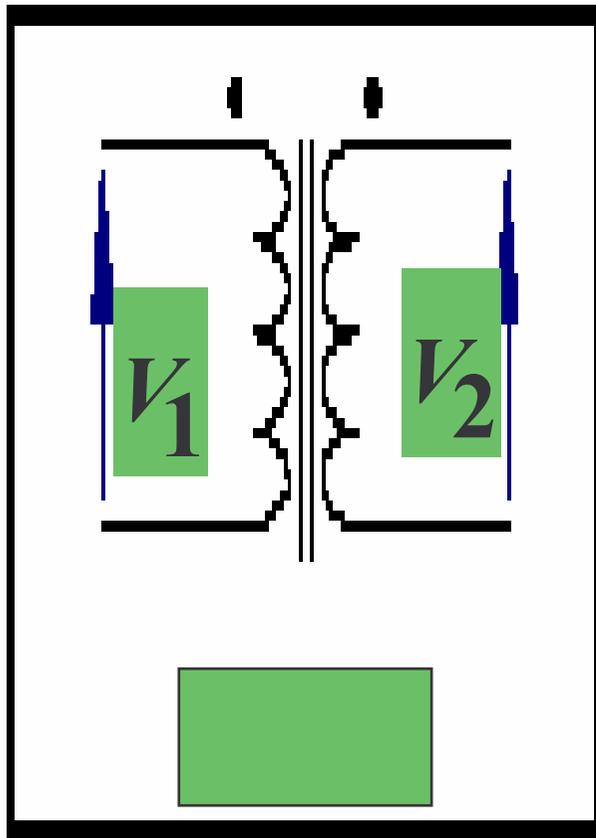


-
-
-



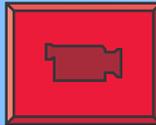
1.1- Représentation

Transformateurs monophasés



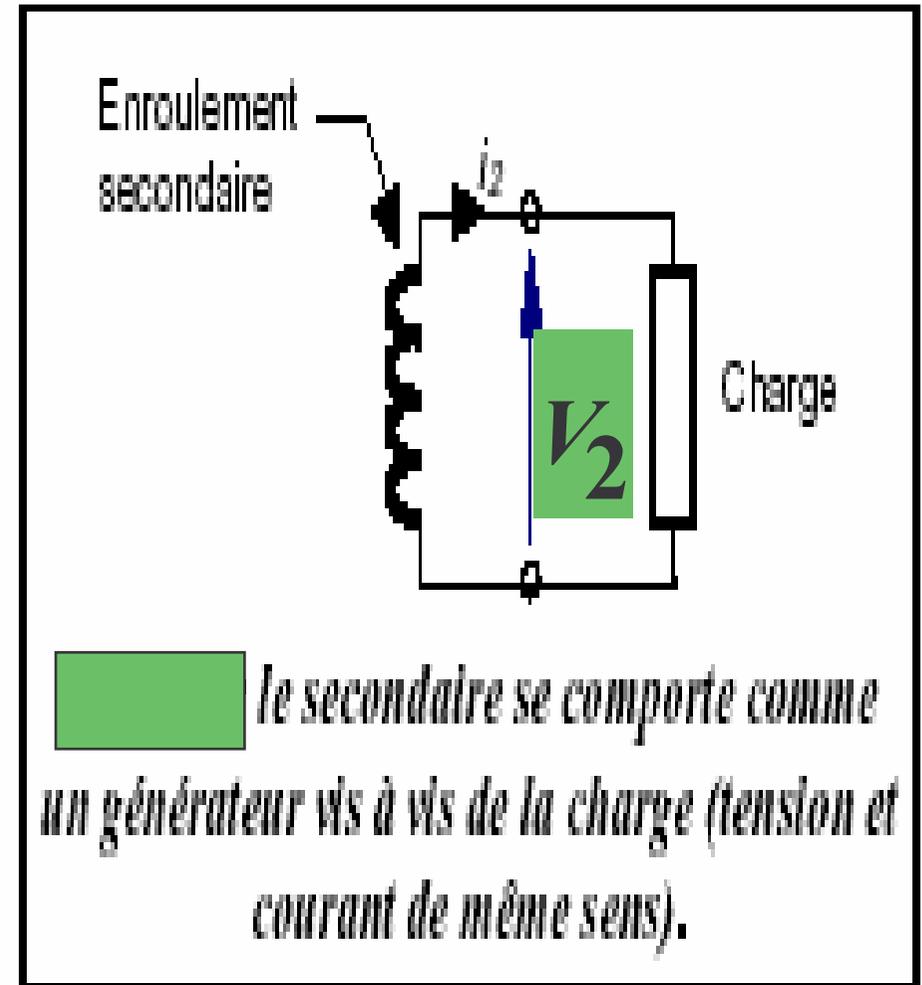
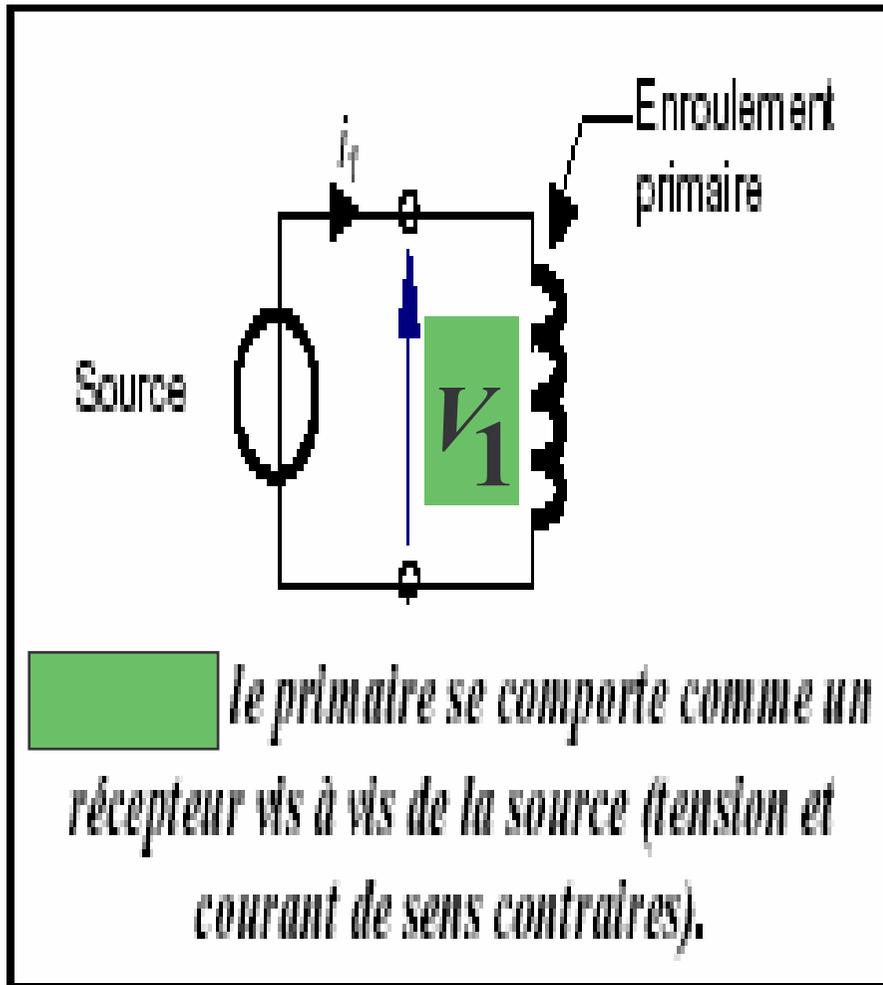
-
-
-
-
-
-
-
-

-
-
-

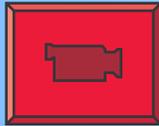


1.1- Représentation

Transformateurs monophasés



-
-
-



1.2- Fonctionnement

Transformateurs monophasés

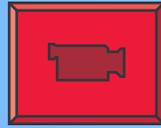
Le transformateur comporte deux enroulements de résistances r_1 et r_2 comportant n_1 et n_2 spires. Le primaire reçoit la tension $v_1(t)$ et absorbe le courant $i_1(t)$. Le secondaire délivre la tension $v_2(t)$ et un courant $i_2(t)$

Le flux $\phi_1(t)$ créé par l'enroulement primaire se décompose en un flux $\phi_{f1}(t)$

auquel s'ajoute le flux commun $\phi_{\mu}(t)$ dans le circuit magnétique.

-
-
-

↳ ...26

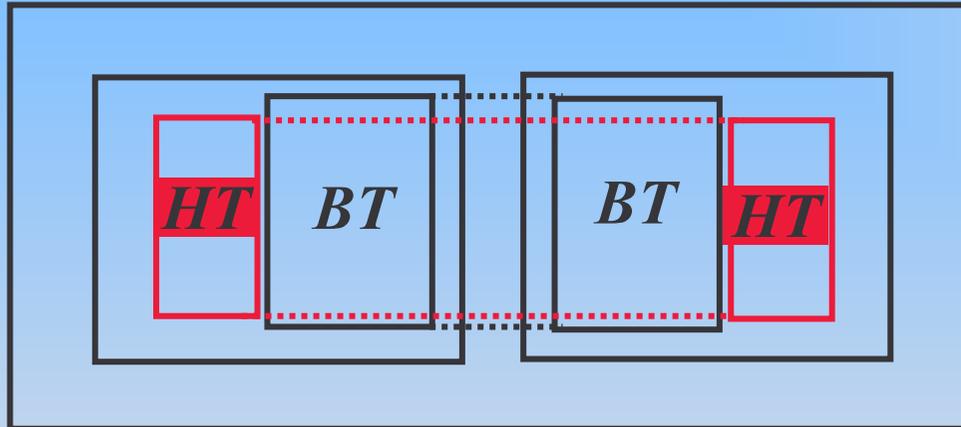


2-Transformateurs monophasés

Transformateurs monophasés

2.1- Constitution

Circuit magnétique à un noyau bobiné

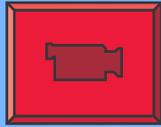


Le transformateur monophasé est construit avec le même circuit magnétique que la bobine à noyau de fer.

Sur chaque noyau on monte une deuxième bobine concentriquement avec la première.

-
-
-

↳ ...27

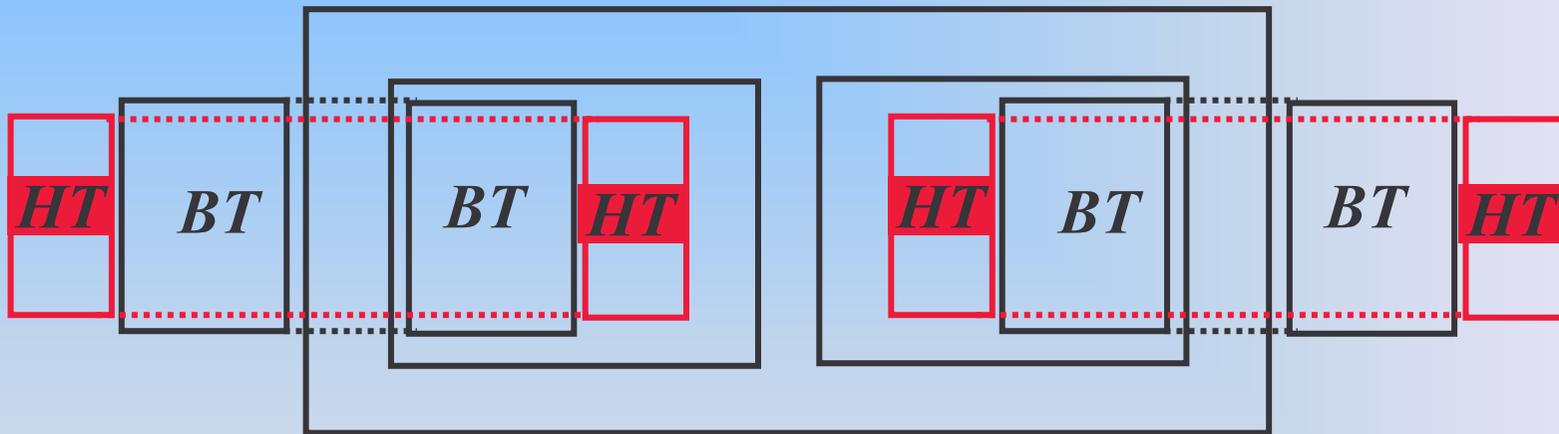


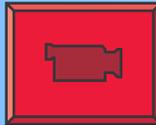
2-Transformateurs monophasés

Transformateurs monophasés

2.1- Constitution

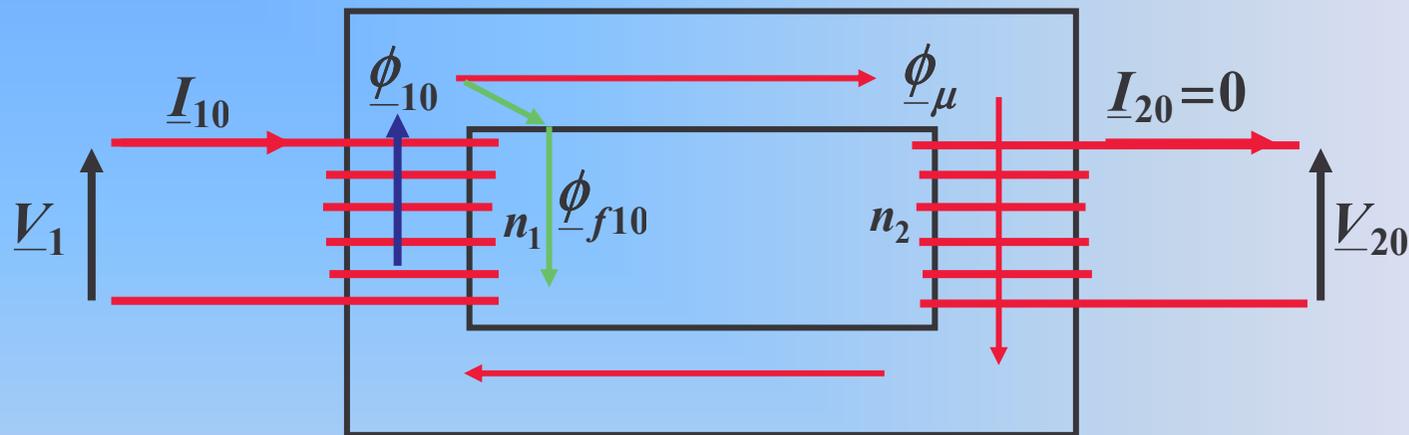
Circuit magnétique à deux noyaux bobinés





2.2- Fonctionnement à vide

Transformateurs monophasés



$$\underline{\phi}_{10} = \underline{\phi}_{\mu} + \underline{\phi}_{f10}$$

L'induction magnétique maximale est liée aux tensions V_1 et V_{20}

$$B_{\max} = \frac{V_1 \sqrt{2}}{n_1 s \omega} = \frac{V_{20} \sqrt{2}}{n_2 s \omega} \iff$$

$$\frac{V_1}{n_1} = \frac{V_{20}}{n_2}$$

-
-
-

2.2- Fonctionnement à vide

Transformateurs monophasés

Schéma équivalent au transformateur à vide:

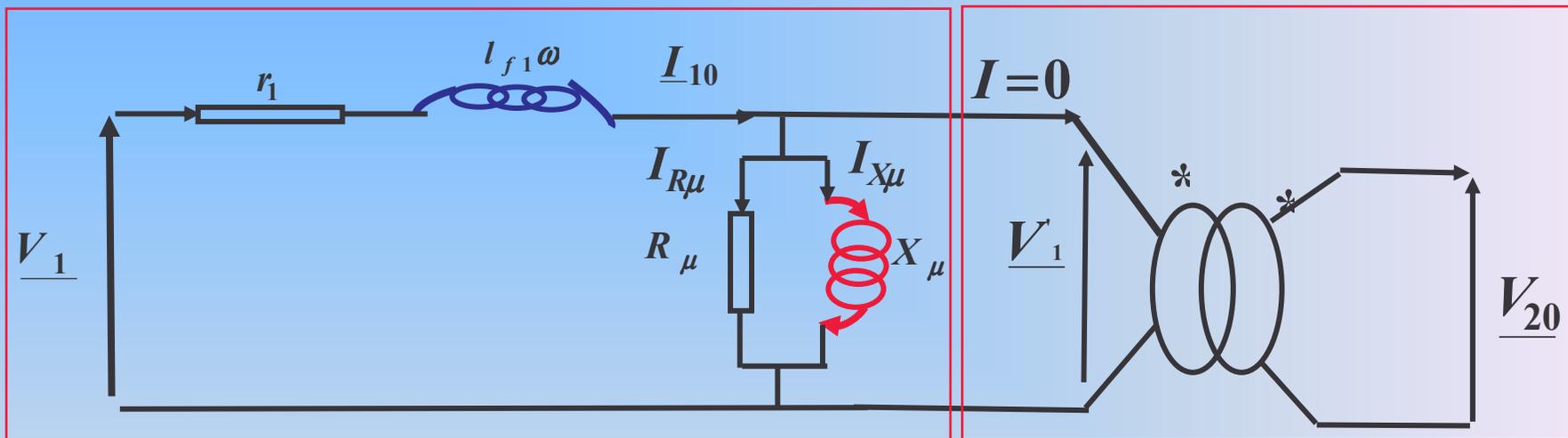


Schéma équivalent à une bobine à noyau de fer + Transformateur parfait

$$\underline{V}_1 = r_1 \underline{I}_{10} + j l_{f1} \omega \underline{I}_{10} + \underline{V}'_1$$

$$\underline{V}'_1 = j \omega n_1 \underline{\phi}_\mu$$

$$\| \underline{I}_1 = \underline{I}_{10} \|$$

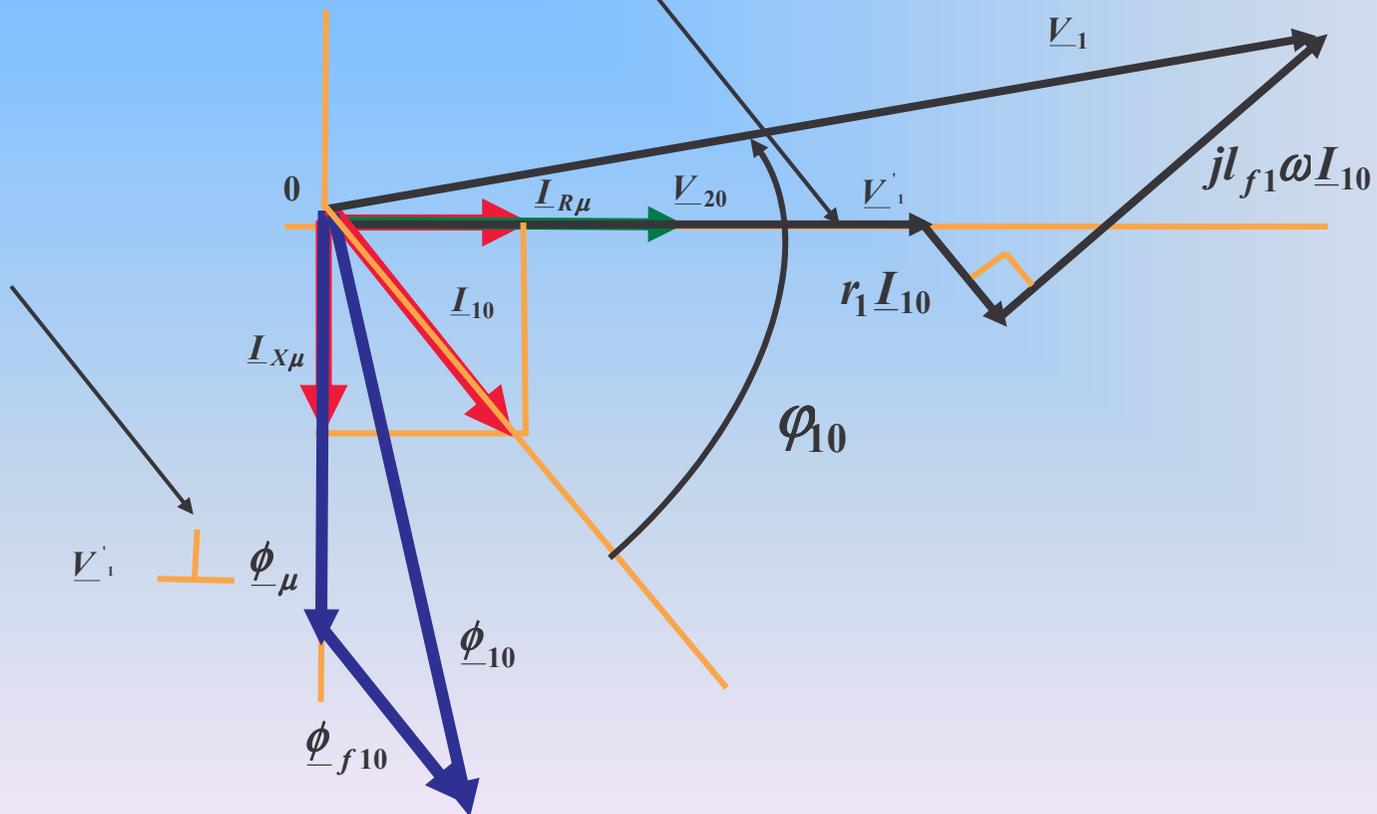
-
-
-
-
-
-
-
-

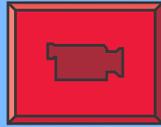
2.2- Fonctionnement à vide

Transformateurs monophasés

Représentation dans le plan de Fresnel

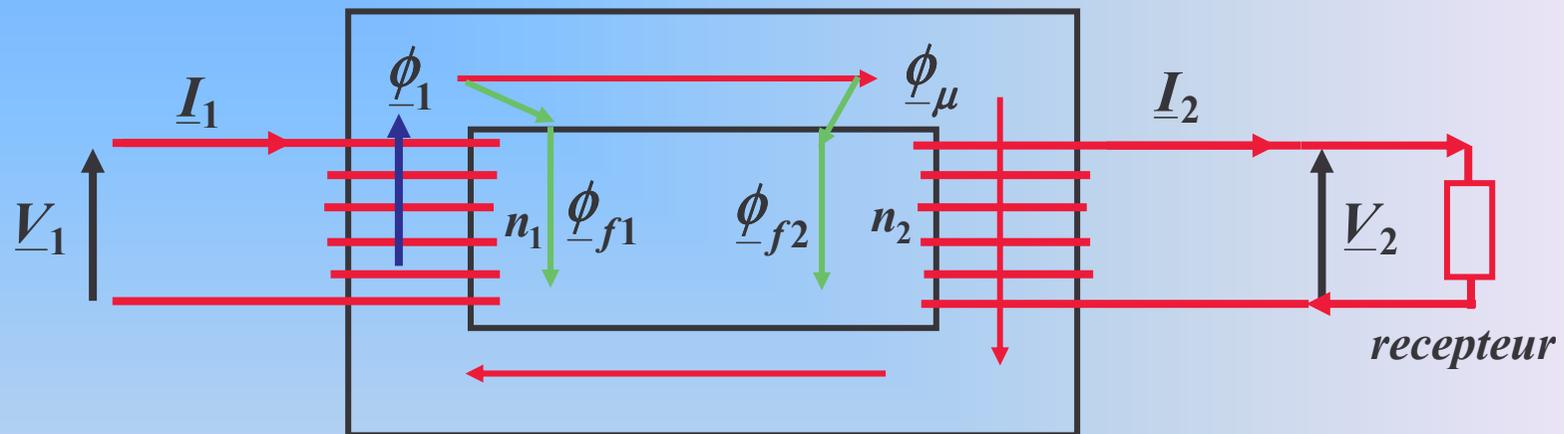
\underline{V}'_{10} Est choisie comme référence





2.3 Fonctionnement en charge

Transformateurs monophasés

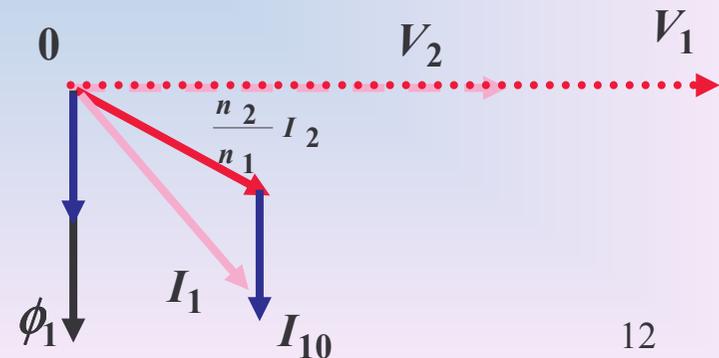


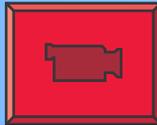
$$\underline{\phi}_1 = \underline{\phi}_\mu + \underline{\phi}_{f1}$$

$$n_2 \phi_{f2} = l_{f2} (-i_2)$$

$$\underline{\phi}_2 = \underline{\phi}_\mu + \underline{\phi}_{f2}$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{10} + \frac{n_2}{n_1} \underline{I}_2$$





2.4 Schéma équivalent

Fonctionnement en charge **Transformateurs monophasés**

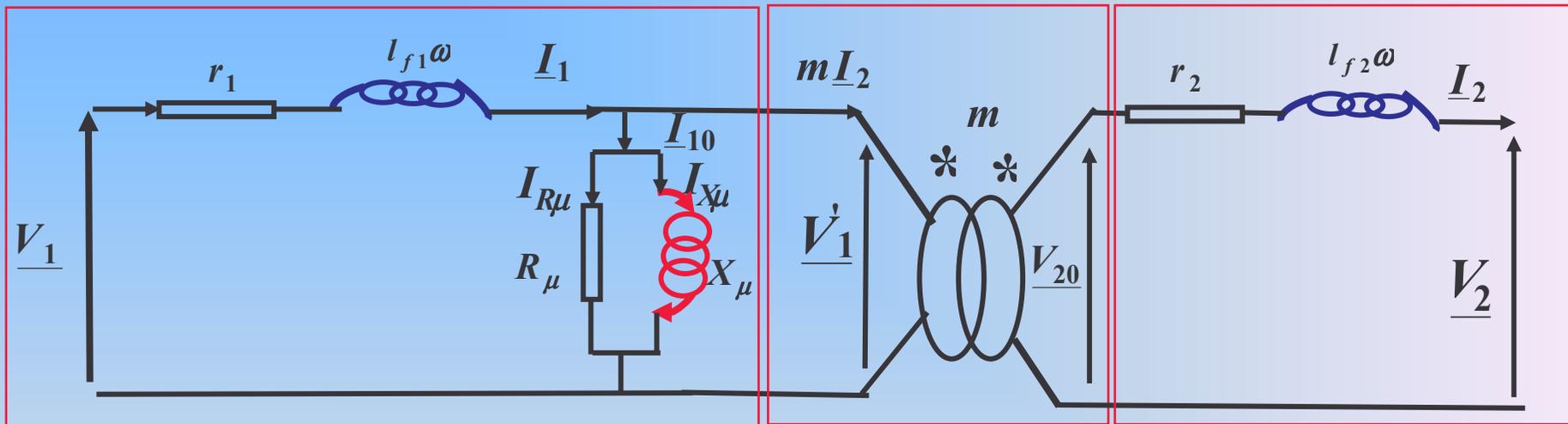


Schéma équivalent à une bobine à noyau de fer + Transformateur parfait + Circuit secondaire

-
-
-

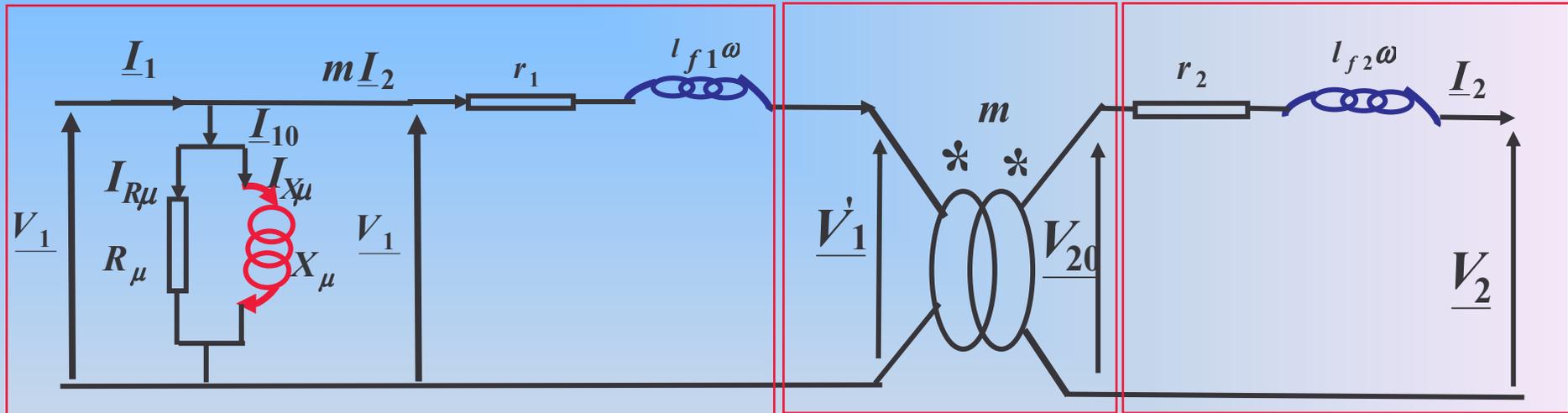
↳ ...30



2.4 Schéma équivalent, on ramène R_μ X_μ à l'entrée du primaire

Schéma équivalent avec l' hypothèse de Kapp:

$$\frac{I_{10}}{I_2} \ll \frac{n_2}{n_1}$$

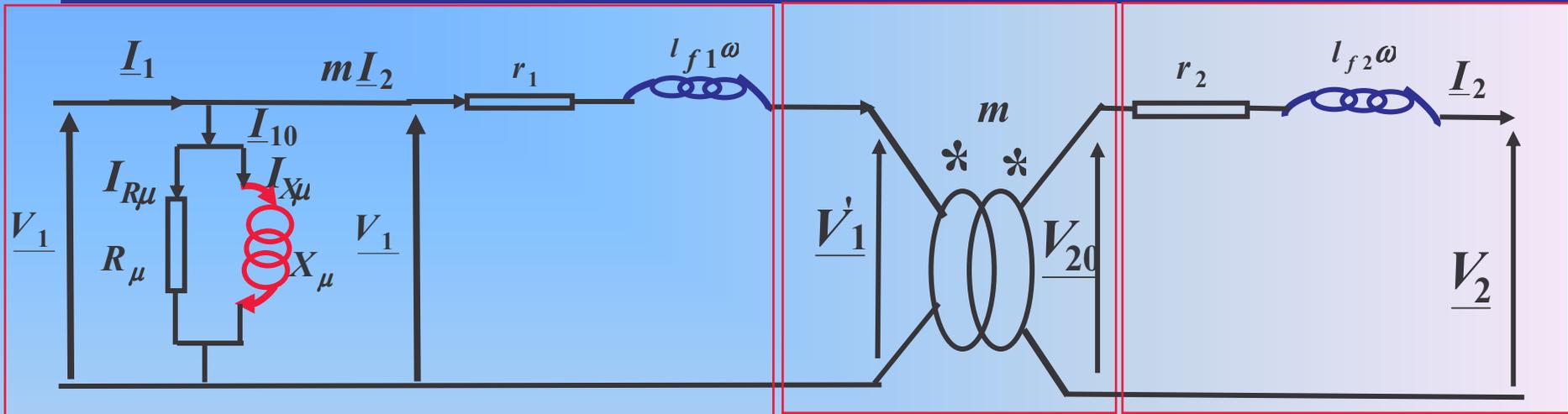


-
-
-
-
-
-
-
-

2.4- Établissement du schéma équivalent simplifié

Transformateurs monophasés

ramené au secondaire



(1) Relations entre les courants: $n_1 \underline{I}_1 - n_2 \underline{I}_2 = n_1 \underline{I}_{10} \approx 0$ soit $m = \frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_2}$

(2) Tension primaire: $\underline{V}_1 = \underline{V}'_1 + (r_1 + j l_{f1} \omega) \underline{I}_1$ soit $m = \frac{\underline{V}_{20}}{\underline{V}'_1}$

(3) Tension secondaire: $\underline{V}_2 = \underline{V}_{20} - (r_2 + j l_{f2} \omega) \underline{I}_2$

(4) On multiplie (2) par m

$$m \underline{V}_1 = m \underline{V}'_1 + m^2 (r_1 + j l_{f1} \omega) \underline{I}_2 \text{ or } \underline{I}_1 = m \underline{I}_2$$

2.4- Établissement du schéma équivalent simplifié

Transformateurs monophasés

ramené au secondaire

(5) d'après (3)

$$m \underline{V}'_1 = \underline{V}_2 + (r_2 + j l f_2 \omega) \underline{I}_2 \quad \text{En remplaçant } \underline{V}_{20} = m \underline{V}'_1$$

(6) d'après (4)

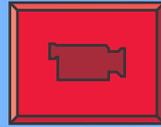
$$m \underline{V}_1 = \underline{V}_2 + (r_2 + j l f_2 \omega) \underline{I}_2 + m^2 (r_1 + j \omega l f_1) \underline{I}_2$$

En regroupant les termes, on trouve:

$$m \underline{V}_1 = \underline{V}_2 + (r_2 + m^2 r_1) \underline{I}_2 + j (m^2 \omega l f_1 + \omega l f_2) \underline{I}_2$$

avec
$$m \underline{V}_1 = \underline{V}_2 + R_2 \underline{I}_2 + j \underline{X}_2 \underline{I}_2$$

-
-
-



2.4- Établissement du schéma équivalent simplifié

Transformateurs monophasés

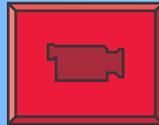
ramené au secondaire

Résistance totale des deux enroulements ramenée au secondaire

$$R_2 = r_2 + m^2 r_1$$

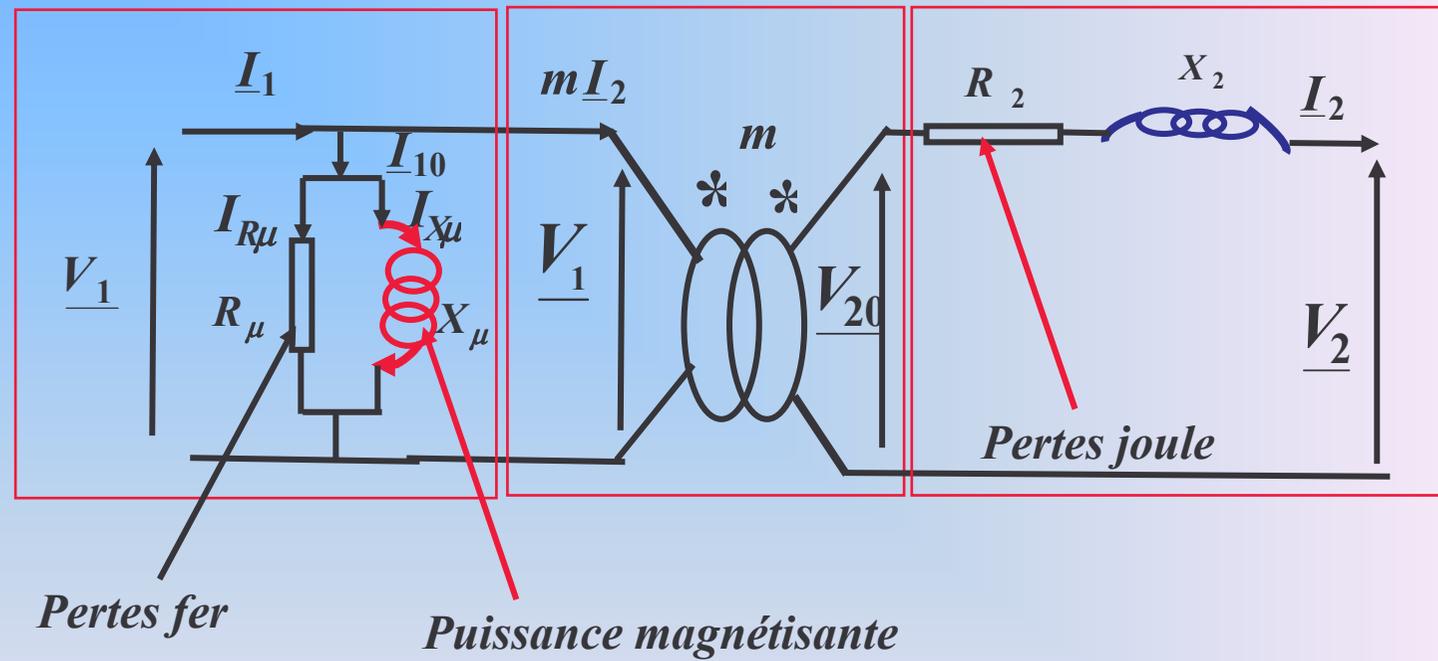
Réactance de fuite totale ramenée au secondaire

$$X_2 = x_2 + m^2 x_1 = l_{f2} \omega + m^2 l_{f1} \omega$$



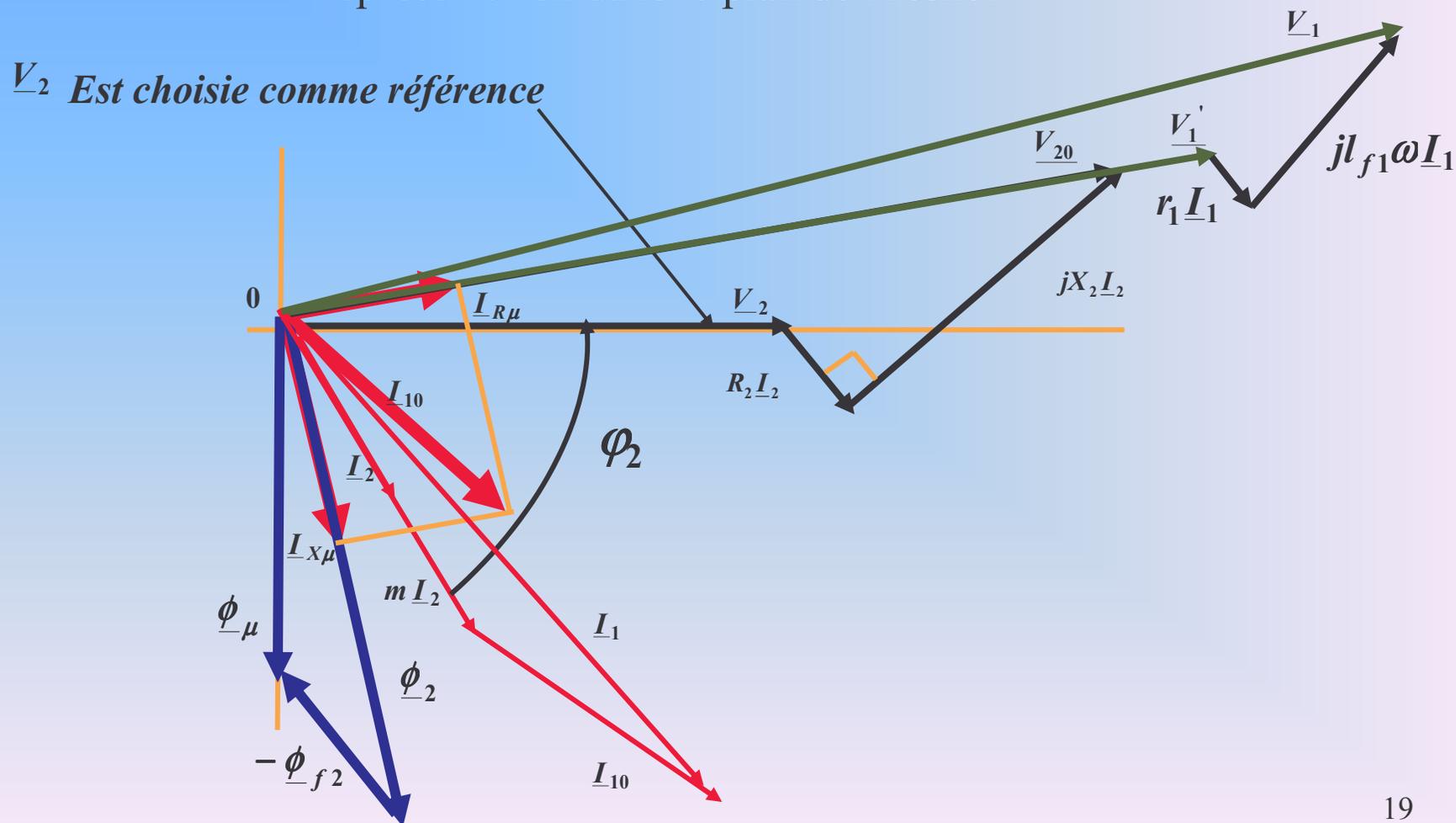
2.4 Schéma équivalent au transformateur dans l'hypothèse de Kapp

Transformateurs monophasés



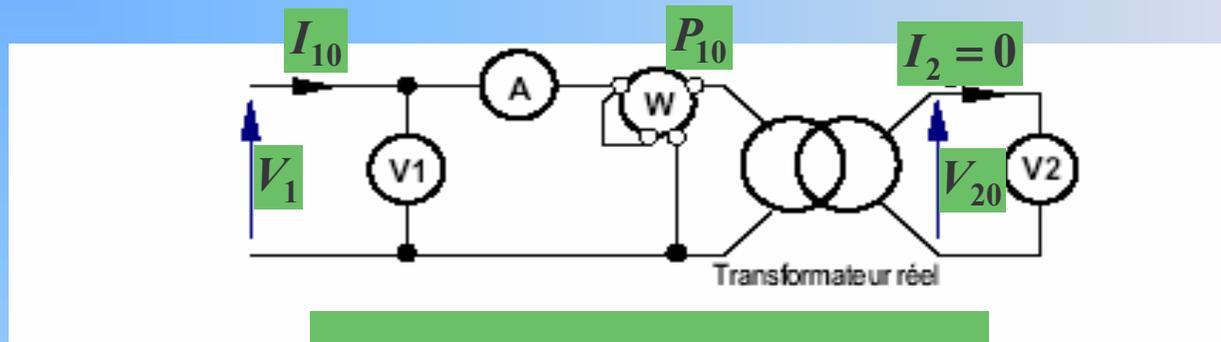
2.4 Schéma équivalent Fonctionnement en charge **Transformateurs monophasés**

Représentation dans le plan de Fresnel





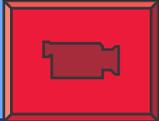
2.5-Identification du schéma équivalent

Essai à vide sous tension nominale*Détermination de m*

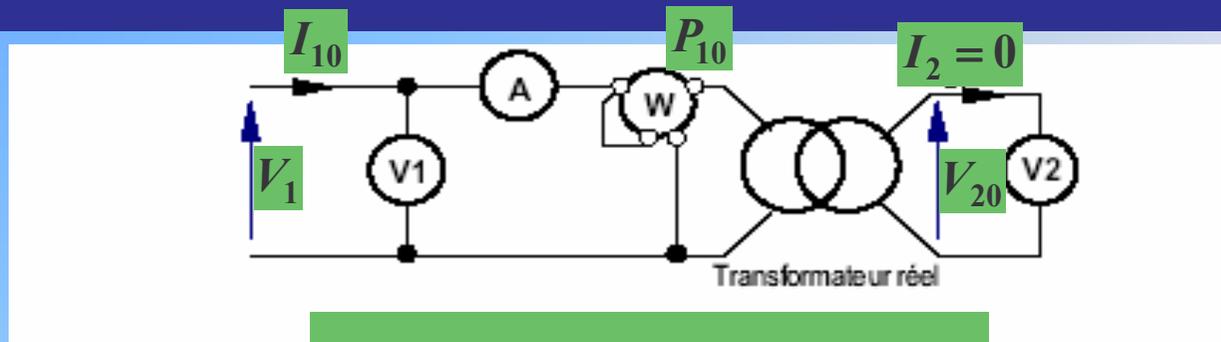
$$m = \frac{n_2}{n_1} = \frac{V_{20}}{V_1} \approx \frac{V_{20}}{V_1}$$

Détermination des pertes fer matérialisé par la résistance R_μ

$$P_{10} = P_{fer} = \frac{V_1^2}{R_\mu} = V_1 I_{10} \cos \phi_{10} \text{ soit } R_\mu = \frac{V_1^2}{P_{10}}$$



2.5-Identification du schéma équivalent

Essai à vide sous tension nominale

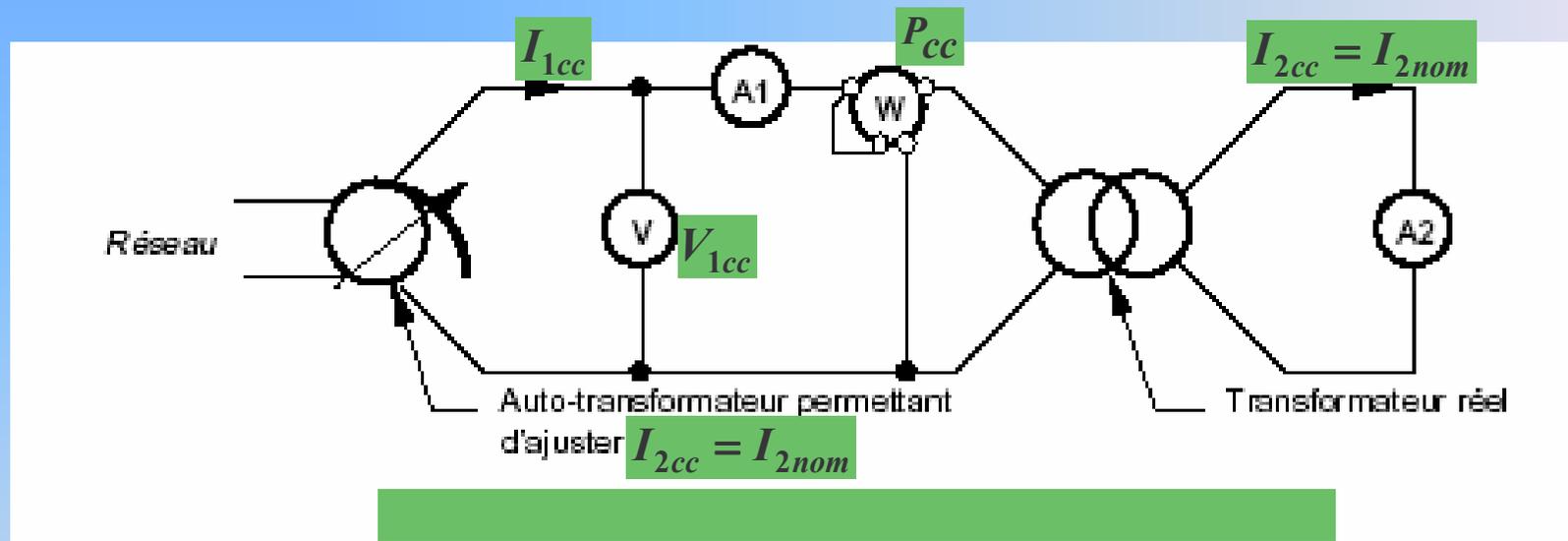
Détermination de la puissance de magnétisation, matérialisé par la réactance magnétisante X_{μ}

$$Q_{10} = \frac{V_1^2}{X_{\mu}} = \sqrt{(V_1 I_{10})^2 - (P_{10})^2} \quad \text{soit} \quad X_{\mu} = \frac{V_1^2}{Q_{10}}$$



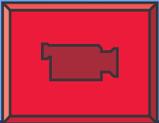
2.5-Identification du schéma équivalent

Essai en court-circuit à courant secondaire nominal sous tension réduite



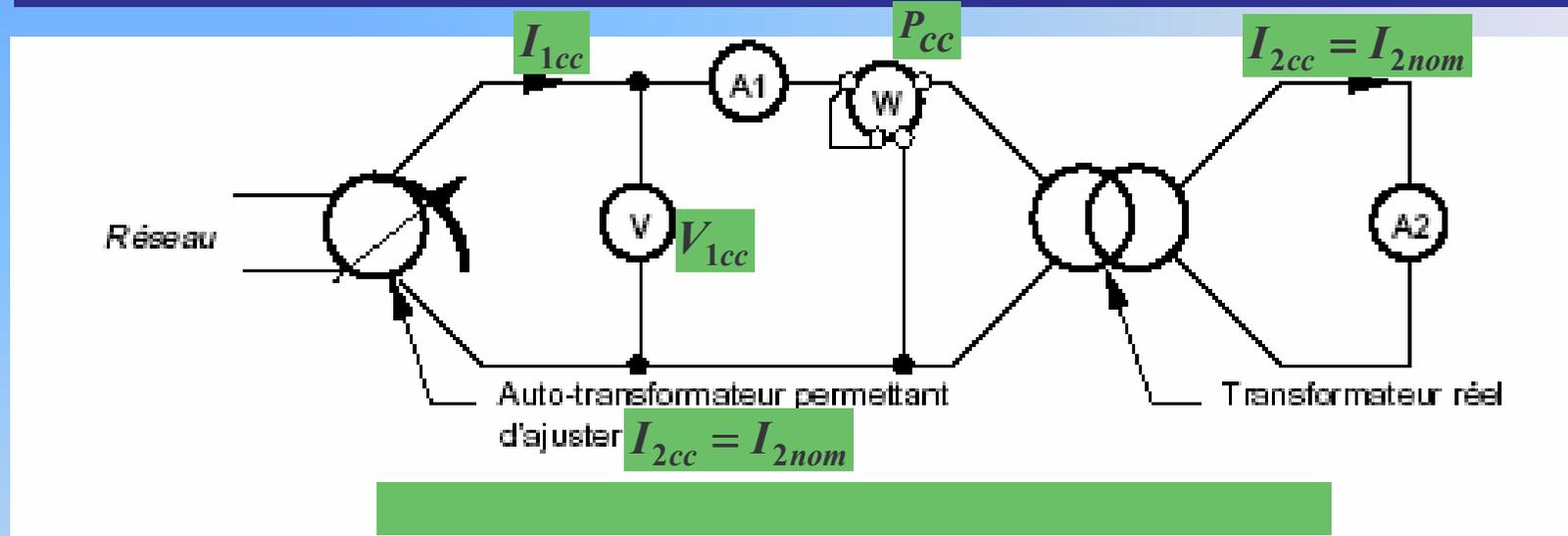
Détermination de la résistance ramenée au secondaire: R_2

$$P_{cc} = R_2 I_{2cc}^2 = R_2 I_{2nom}^2 \quad \text{soit} \quad R_2 = \frac{P_{cc}}{I_{2n}^2}$$



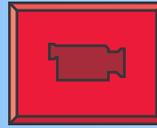
2.5-Identification du schéma équivalent

Essai en court-circuit à courant secondaire nominal sous tension réduite



Détermination de la réactance ramenée au secondaire: X_2

$$Q_{cc} = X_2 I_{2cc}^2 = \sqrt{(m V_{1cc} * I_{2cc})^2 - (P_{cc})^2} \text{ soit } X_2 = \frac{Q_{cc}}{I_{2cc}^2}$$

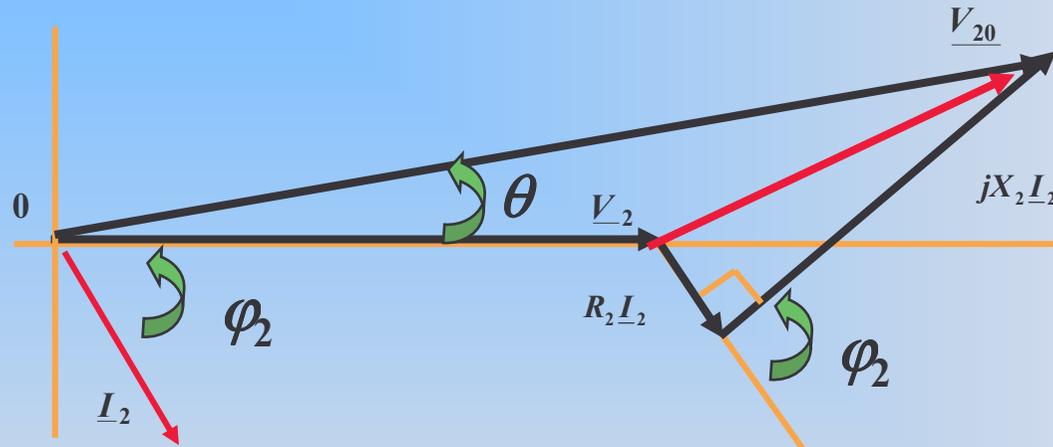


2.6- Chute de tension au secondaire

Transformateurs monophasés

$$\underline{V}_{20} = \underline{V}_2 + R_2 \underline{I}_2 + jX_2 \underline{I}_2$$

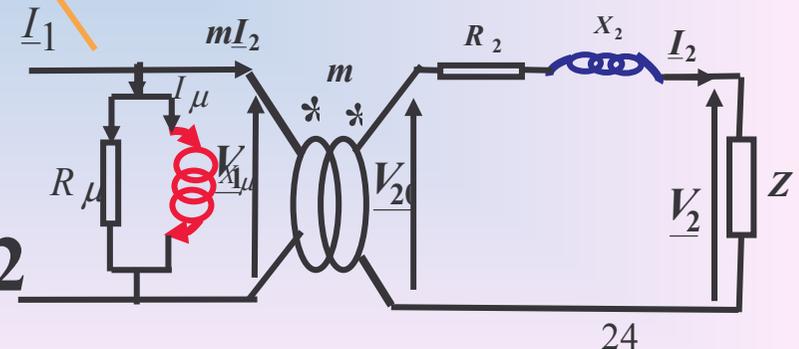
$$\theta \approx 0 \quad V_{20} \cos \theta \approx V_2$$



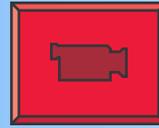
soit

$$\Delta V_2 = V_{20} - V_2$$

$$\Delta V_2 = R_2 I_2 \cos \varphi_2 + X_2 I_2 \sin \varphi_2$$



-
-
-



2.6- Chute de tension au secondaire

Transformateurs monophasés

Il existe trois façons de calculer la chute de tension

Les essais ont permis de déterminer $(R_{\mu} ; X_{\mu} ; R_2 ; X_2)$

1) $I_2 \dots et \dots \varphi_2$

La chute de tension en charge est : $\Delta V_2 = (R_2 I_2 \cos \varphi_2 + X_2 I_2 \sin \varphi_2)$

2) $P_2 \dots et \dots Q_2$

La chute de tension en charge est : $\Delta V_2 = (R_2 P_2 + X_2 Q_2)$

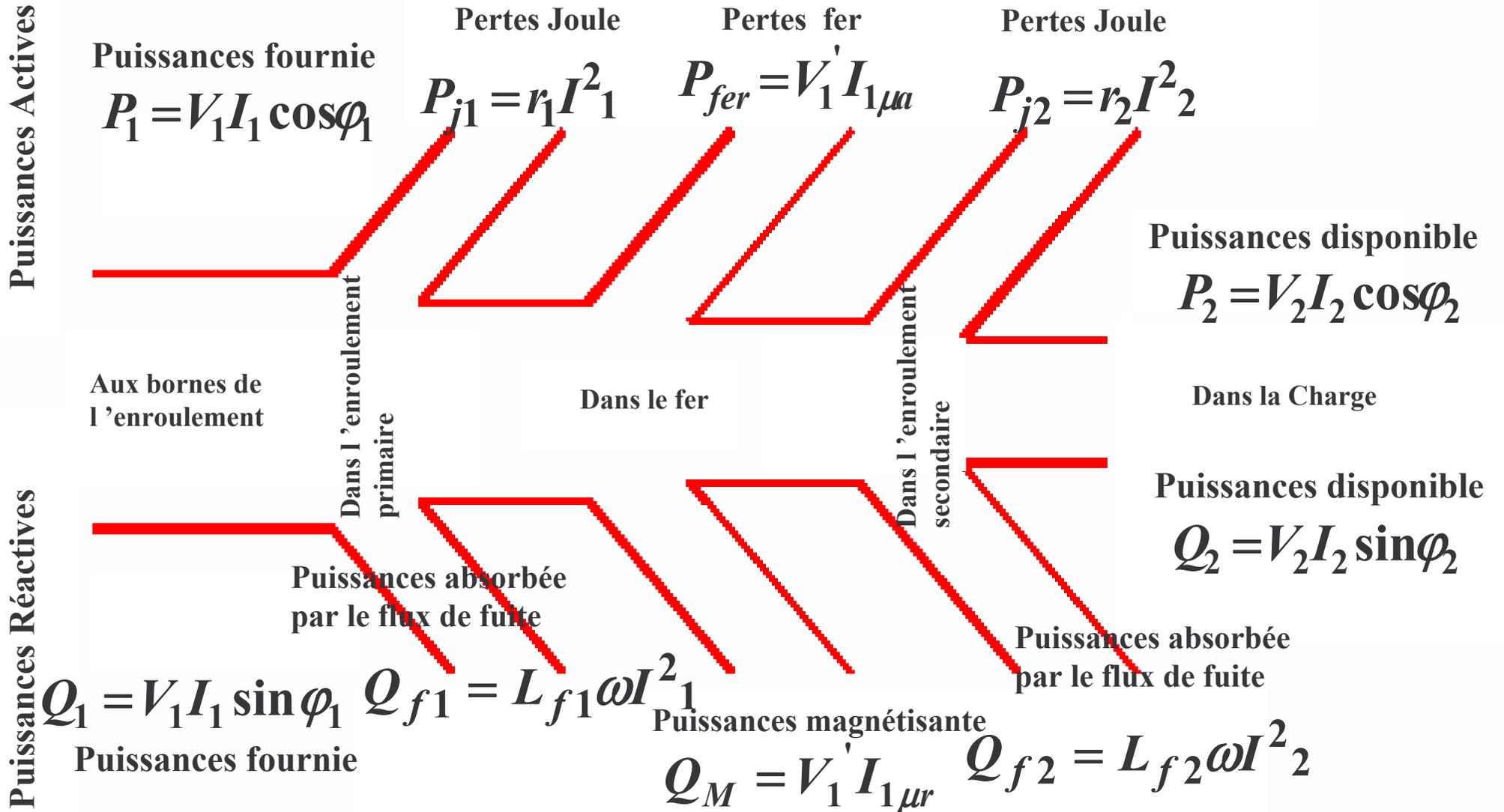
3) $R \dots et \dots X$ de la charge

La chute de tension en charge est : $\Delta V_2 = \frac{V_2}{\sqrt{R^2 + X^2}} (R_2 R + X_2 X)$



2.7- Rendement

Transformateurs monophasés



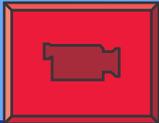


2.7- Rendement

Transformateurs monophasés

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{V_2 I_2 \cos \varphi_2}{V_2 I_2 \cos \varphi_2 + p_f + p_j}$$

$$\eta = \frac{V_2 I_2 \cos \varphi_2}{V_2 I_2 \cos \varphi_2 + p_f + R_2 I_2^2}$$



2.7- Rendement maximal

Transformateurs monophasés

Prédétermination du rendement maximal

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{V_2 I_2 \cos \varphi_2}{V_2 I_2 \cos \varphi_2 + p_f + p_j}$$

$$\eta = \frac{V_2 \cos \varphi_2}{V_2 \cos \varphi_2 + \frac{p_f}{I_2} + R_2 I_2}$$

Le rendement est maximal lorsque $R_2 I_2 + p_f / I_2$ tend vers Zéro $\frac{p_f}{I_2} + R_2 I_2 = f(I_2)$

$$\frac{d}{dI_2} f(I_2) = -\frac{p_f}{I_2^2} + R_2 = 0 \quad \text{et} \quad p_f = R_2 I_2^2 = p_j \quad \text{soit} \quad I_{2 \max} = \sqrt{\frac{P_f}{R_2}}$$

$$\text{et} \quad \eta_{\max} = \frac{V_2 I_{2 \max} \cos \varphi_2}{V_2 I_{2 \max} \cos \varphi_2 + 2 p_f}$$

Aspects pratiques

Pour une puissance donnée, les pertes sont inversement proportionnelles au carré de la tension, ce qui explique l'intérêt de la très haute tension (THT) de 400 kV en France.

-
-
-

Aspects pratiques

Transformateur monophasé 600 kV



-
-
-

Exercice

On considère un transformateur monophasé dont les caractéristiques nominales sont :
 $230 \text{ V} / 24 \text{ V} - 50 \text{ Hz} - 1000 \text{ VA}$.

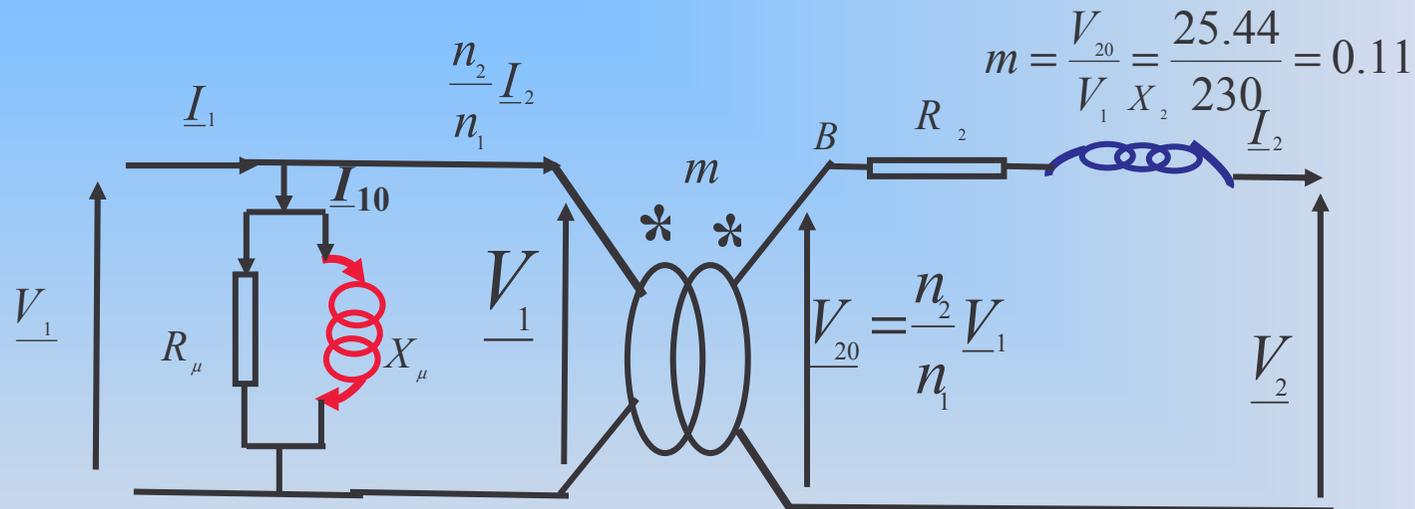
On relève lors d'un essai à vide, au primaire : $230 \text{ V} - 0.22 \text{ A} - 17.34 \text{ W}$ et au secondaire : 25.44 V

Un essai en court-circuit est réalisé
sous tension réduite et on mesure au primaire :

$13.11 \text{ V} - 3.7 \text{ A} - 21.68 \text{ W}$

Corrigé

a) Dessinez le schéma équivalent (Kapp) simplifié du transformateur.



-
-
-

Corrigé

b) Déterminez l'expression de chaque élément du schéma équivalent et calculez sa valeur.

$$R_{\mu} = \frac{V_1^2}{P_{10}} = \frac{230^2}{17.34} = 3.05 \text{ k}\Omega$$

$$X_{\mu} = \frac{V_1^2}{Q_{10}} = \frac{V_1^2}{\sqrt{\left(V_1 \times I_{10}\right)^2 - \left(P_{10}\right)^2}} = \frac{230^2}{\sqrt{(230 \times 0.22)^2 - (17.34)^2}} = 1.1 \text{ k}\Omega$$

-
-
-

Corrigé

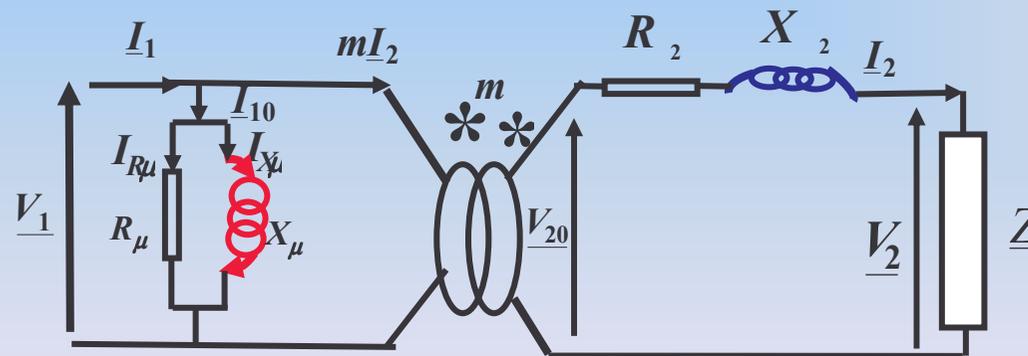
$$R_2 = \frac{P_{cc}}{\left(I_{2cc}\right)^2} = \frac{P_{cc}}{\left(\frac{1}{m} I_{1cc}\right)^2} = \frac{21.68}{\left(\frac{1}{0.11} 3.7\right)^2} = 19.16 m\Omega$$

$$X_2 = \frac{Q_{cc}}{\left(I_{2cc}\right)^2} = \frac{\sqrt{\left(V_{1cc} \times I_{1cc}\right)^2 - \left(P_{cc}\right)^2}}{\left(\frac{1}{m} I_{1cc}\right)^2} = \frac{\sqrt{\left(13.11 \times 3.7\right)^2 - \left(21.68\right)^2}}{\left(\frac{1}{0.11} 3.7\right)^2} = 38.35 m\Omega$$

Corrigé

c) On branche au secondaire un récepteur d'impédance 1Ω et de $\cos \varphi = 0.8$ AR. Que valent le courant et les puissances active et réactive absorbés au primaire du transformateur.

c)



-
-
-

Corrigé

c)

$$I_2 = \frac{V_{20}}{\sqrt{(R_2 + Z \cos \varphi)^2 + (X_2 + Z \sin \varphi)^2}} = \frac{25.44}{\sqrt{(19.16 \times 10^{-3} + 1 \times 0.8)^2 + (38.3 \times 510^{-3} + 1 \times 0.6)^2}}$$
$$= \frac{25.44}{\sqrt{(0.819)^2 + (0.638)^2}} = 24.5 A$$

-
-
-

Corrigé

$$P_B = (R_2 + Z \cos \varphi) \times (I_2)^2 = (19.16 \times 10^{-3} + 1 \times 0.8) \times (24.5)^2 = 491.7 W$$

$$Q_B = (X_2 + Z \sin \varphi) \times (I_2)^2 = (38.35 \times 10^{-3} + 1 \times 0.6) \times (24.5)^2 = 383 VAR$$

$$P_1 = P_f + P_B = 17.34 + 491.7 = 509 W$$

$$Q_1 = Q_{10} + Q_B = \sqrt{(V_{1-10} I_{10})^2 - (P_{10})^2} + Q_B =$$
$$\sqrt{(230 \times 0.22)^2 - (17.34)^2} + 383 = 430 VAR$$

-
-
-

Corrigé

$$S_1 = V_1 \times I_1 \Leftrightarrow I_1 = \frac{\sqrt{(P_1)^2 + (Q_1)^2}}{V_1} = \frac{\sqrt{(509)^2 + (430)^2}}{230} = 2.89 A$$